Ορθές Προτροπές για ορθά αποτελέσματα: Πειραματισμοί στα Μαθηματικά στην Τάξη

Κωνσταντάκος Δημήτρης
Ηλ. Μηχανικός, ΙΤΥΕ «Διόφαντος»,
dkonstantakos@cti.gr

Γιαννίση Μαρία
Εκπαιδευτικός ΠΕ03, ΙΤΥΕ «Διόφαντος»,
mgiannissi@cti.gr

Βαγγελάτος Αριστείδης
Ερευνητής, ΙΤΥΕ «Διόφαντος»,
vagelat@cti.gr

Σμυρναίου Ζαχαρούλα
Καθηγήτρια ΕΚΠΑ, Αντιπρόεδρος ΙΤΥΕ «Διόφαντος»,
zsmyrnaiou@cti.gr

Περίληψη

Η Τεχνητή Νοημοσύνη (ΤΝ) αλλάζει την καθημερινότητα της εκπαίδευσης, επιδρώντας καταλυτικά και στο μάθημα των Μαθηματικών. Η παρούσα εργασία παρουσιάζει μία έρευνα πραγματοποιημένη με μαθητές/-τριες Γυμνασίου με σκοπό της να μελετηθεί πόσο αποτελεσματική είναι η υιοθέτηση ενός παιδαγωγικού ρόλου από εργαλεία Παραγωγικής ΤΝ, όπως τα Μεγάλα Γλωσσικά Μοντέλα (ΜΓΜ) – Large Language Models (LLMs), στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Η εργασία επικεντρώνεται στην ανάλυση της σχέσης μεταξύ της αρχικής προτροπής (prompt που προετοιμάστηκε από τους ερευνητές) και της διαλογικής ακολουθίας του μοντέλου ΤΝ με τους/τις μαθητές/-τριες, ώστε να αποτυπωθεί η επίδραση της διαδικασίας στην κατανόηση Ρεαλιστικών Μαθηματικών Προβλημάτων (ΡΜΠ) από τους τελευταίους. Η εργασία κατέδειξε ότι τα ΜΓΜ, όταν αρχικοποιούνται με δομημένες προτροπές που καθορίζουν σαφείς παιδαγωγικούς ρόλους, ενισχύουν τη συμμετοχή και αναπτύσσουν τη μαθηματική σκέψη των μαθητών/-τριών. Επιπλέον, προέκυψε ότι σε κάποιες περιπτώσεις τα εργαλεία αποκλίνουν από τον προσδοκώμενο ρόλο, αναδεικνύοντας την παιδαγωγική εποπτεία ως απαραίτητο παράγοντα για ένα περιβάλλον ενίσχυσης της κατανόησης και της αγάπης για τα Μαθηματικά.

Λέξεις κλειδιά: Τεχνητή Νοημοσύνη, Μεγάλα Γλωσσικά Μοντέλα, Μαθηματικά, Νέες Τεχνολογίες στην εκπαιδευτική διαδικασία

Εισαγωγή

Τις τελευταίες δεκαετίες παρατηρείται ανοδική τάση στην ένταξη και την ενσωμάτωση ψηφιακών τεχνολογιών στα Μαθηματικά, επηρεάζοντας τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλία τους. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιας τεχνολογίας είναι οι εφαρμογές Παραγωγικής Τεχνητής Νοημοσύνης που βασίζονται σε ΜΓΜ. Τα ΜΓΜ εκπαιδευμένα σε μεγάλο όγκο δεδομένων μπορούν να παράγουν κείμενο και να αποκρίνονται σε ερωτήματα, με σχετικό περιεχόμενο, με τρόπο παρόμοιο με αυτόν του ανθρώπου. Σημαντικό ρόλο προς αυτήν την κατεύθυνση έχει και η χρήση κατάλληλων προτροπών (prompt) που βελτιώνουν τη σχετικότητα της απόκρισής τους. Αποτέλεσμα αυτής της προόδου είναι η διεύρυνση της

αξιοποίησής τους στο χώρο της εκπαίδευσης σαν εργαλεία υποστήριξης της διδασκαλίας και ενίσχυσης της μάθησης πραγματοποιώντας ένα εύρος εργασιών σχετικών με την εκπαιδευτική διαδικασία. Τέτοια παραδείγματα ανεπτυγμένων μοντέλων ΜΓΜ ήδη αξιολογούνται στη χρήση τους και στην αποτελεσματικότητά τους. Μεταξύ αυτών είναι: το Gemini AI καθώς και το εργαλείο ΤΝ MagicSchool το οποίο πρόσφατα ανακοίνωσε ότι χρησιμοποιείται από περισσότερους από 2 εκατομμύρια εκπαιδευτικούς (MagicSchool, 2024).

Αυτά τα εργαλεία εξετάζονται στην παρούσα εργασία, μέσα από μια έρευνα που αφορά τη χρήση τους από μαθητές/-τριες, ώστε να κατανοηθεί καλύτερα ο σχεδιασμός μιας προτροπής και η υιοθέτησή της από τα ΜΓΜ με στόχο την δημιουργία ενός «ψηφιακού βοηθού» για τον/τη μαθητή/-τρια. Εξετάζεται αν ένα τέτοιο πλαίσιο θα μπορούσε να βοηθήσει στην κατανόηση και επίλυση ΡΜΠ, καθώς και να αναδείξει τη διδακτική και παιδαγωγική αποτελεσματικότητά της (ή μη), πάντα σε συνάρτηση με την υποστήριξη γλώσσας διαφορετικής της Αγγλικής (στην οποία γίνεται το μεγαλύτερο ποσοστό των ερευνών), όπως είναι η Ελληνική.

Το ΙΤΥΕ «Διόφαντος», στο πλαίσιο του έργου των Κέντρων Καινοτομίας - ΚΚ (ic.cti.gr) (Smyrnaiou et al, 2024), συντελεί εκτός των άλλων εκπαιδευτικό περιεχόμενο για να το αξιοποιήσει στη λειτουργία των ΚΚ. Η παρούσα εργασία, διερευνώντας τον τρόπο αξιοποίησης της ΤΝ στην εκπαιδευτική διαδικασία και ειδικά στα Μαθηματικά, συμβάλλει και υποστηρίζει την επιστημονική γνώση στα σχετικά θέματα ανάπτυξης ψηφιακού εκπαιδευτικού περιεχομένου.

Θεωρητικό Πλαίσιο

Τι είναι τα Μεγάλα Γλωσσικά Μοντέλα;

Τα ΜΓΜ είναι νευρωνικά δίκτυα εκπαιδευμένα σε τεράστιες ποσότητες δεδομένων κειμένου. Η εκπαίδευση τους περιλαμβάνει δύο βασικά στάδια: την προεκπαίδευση (pretraining), όπου το μοντέλο μαθαίνει να προβλέπει την επόμενη λέξη ή να συμπληρώνει «μάσκες» σε κείμενο, και την προσαρμογή (fine-tuning), η οποία μπορεί να περιλαμβάνει τεχνικές όπως «Ενισχυτική Μάθηση από Ανθρώπινη Ανατροφοδότηση» «Reinforcement Learning from Human Feedback» (RLHF) για βελτίωση της αποτελεσματικότητας με ανθρώπινη παρέμβαση (Quyang et al., 2022).

Η λειτουργία τους βασίζεται στην αναπαράσταση της γλώσσας σε πολυδιάστατους διανυσματικούς χώρους (embeddings), και στον αυτο-έλεγχο (self-attention) που επιτρέπει στο μοντέλο να εντοπίζει σχέσεις μεταξύ λέξεων ανεξαρτήτως θέσης. Η έρευνα για τους νόμους κλιμάκωσης (scaling laws) έχει δείξει ότι η απόδοση των ΜΓΜ αυξάνεται προβλέψιμα με την αύξηση των παραμέτρων, των δεδομένων και της υπολογιστικής ισχύος. Το μοντέλο Chinchilla, για παράδειγμα, απέδειξε ότι η βέλτιστη χρήση υπολογιστικών πόρων απαιτεί ισόρροπη αύξηση τόσο του μεγέθους του μοντέλου όσο και του όγκου των δεδομένων εκπαίδευσης (Hoffmann et al., 2023).

Παρά την εντυπωσιακή τους απόδοση, τα ΜΓΜ παρουσιάζουν περιορισμούς. Δεν διαθέτουν εννοιολογική κατανόηση. Είναι επίσης επιρρεπή σε φαινόμενα όπως η παραγωγή ψευδών πληροφοριών (hallucinations) και η ενσωμάτωση προκαταλήψεων (biases) από τα δεδομένα εκπαίδευσης. Η σουίτα Pythia, για παράδειγμα, έχει χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη της εξέλιξης της συμπεριφοράς των ΜΓΜ κατά την εκπαίδευση και την επίδραση της συχνότητας όρων στην απόδοση (Biderman et al., 2023).

Ιστορική εξέλιξη των ΜΓΜ

Το «ταξίδι» των ΜΓΜ (LLMs) ξεκίνησε πριν από δεκαετίες με τα πρώτα υπολογιστικά συστήματα να βασίζονται σε προκαθορισμένους προγραμματιστικούς κανόνες και

εξελίχθηκε ώστε να φτάσει στα σημερινά ισχυρά γλωσσικά μοντέλα που αξιοποιούν αποτελεσματικότερα την Τεχνητή Νοημοσύνη (ΤΝ). Η ιστορική εξέλιξη των ΜΓΜ (LLMs) είναι στενά συνδεδεμένη με την πρόοδο της τεχνητής νοημοσύνης και της υπολογιστικής ισχύος. Οι πρώτες προσπάθειες για την κατανόηση και παραγωγή φυσικής γλώσσας ξεκίνησαν τη δεκαετία του 1950, με υπολογιστικές μηχανές που δομούσαν φράσεις με κανόνες σύνθεσης/αποσύνθεσης προτάσεων. Ωστόσο, η πραγματική πρόοδος ήρθε με την ανάπτυξη των νευρωνικών δικτύων και ιδιαίτερα με την εισαγωγή των μετασχηματιστών (transformers) από την Google το 2017, όπως αναφέρεται και στο άρθρο «Attention is All You Need» (Vaswani et al., 2017). Αυτή η αρχιτεκτονική επέτρεψε την αποτελεσματική επεξεργασία μεγάλων ποσοτήτων κειμένου και την εκπαίδευση μοντέλων με δισεκατομμύρια παραμέτρους. Από εκεί και πέρα, η πρόοδος ήταν ραγδαία. Μοντέλα όπως το GPT (Generative Pre-trained Transformer) της OpenAI, το BERT της Google και το T5 έθεσαν νέα πρότυπα στην κατανόηση και παραγωγή γλώσσας. Το GPT-3, με 175 δισεκατομμύρια παραμέτρους, αποτέλεσε σημείο καμπής, αποδεικνύοντας ότι τα LLMs μπορούν να εκτελούν πολύπλοκες γλωσσικές εργασίες χωρίς ειδική εκπαίδευση για κάθε μία. Η εξέλιξη συνεχίστηκε με το GPT-4 και άλλα μοντέλα όπως το Claude της Anthropic και το Gemini της Google, τα οποία ενσωματώνουν πολυτροπικές δυνατότητες (κείμενο, εικόνα, ήχο) και ενισχυμένη κατανόηση συμφραζομένων, και τα μοντέλα της Mistral AI.

Η έννοια των προτροπών

Η χρήση προτροπών (prompt) ή, αναλυτικότερα, οι προσαρμοσμένες οδηγίες για παροχή ακριβέστερου αποτελέσματος από τα ΜΓΜ (White et al., 2023) χωρίς την απαίτηση για τροποποίηση των βασικών παραμέτρων του μοντέλου, είναι μια δημοφιλής τεχνική αξιοποίησης. Οι προτροπές δίνονται σε φυσική γλώσσα, ώστε να ενεργοποιήσουν σχετική γνώση και αποτελούν σημαντικό στοιχείο στην αλληλεπίδραση με τα ΜΓΜ.

Ιδιαίτερη σημασία έχουν οι Προτροπές Μηδενικού Παραδείγματος - Zero-Shot Prompting (Radford et al., 2018), με τις οποίες, παρέχοντας μια δομημένη προτροπή χωρίς παράδειγμα, λαμβάνεται σχετική απάντηση. Επιπρόσθετα, ενδιαφέρον έχουν και οι Προτροπές με Λίγα Παραδείγματα - Few-Shot Prompting (Brown et al., 2020), που φαίνεται να βελτιώνουν την απόδοση των ΜΓΜ με την παράθεση λίγων σχετικών παραδειγμάτων. Τέλος, ενδιαφέρον παρουσιάζουν και οι προτροπές Αλυσίδας Σκέψης - Chain-of-Thought (CoT) Prompting (Wei et al., 2022) ή διαφορετικά ο συλλογισμός μέσα από μια σειρά από ενδιάμεσα βήματα, που δείχνουν την αναδυόμενη δυνατότητα των ΜΓΜ στην αιτιολόγηση (Reasoning). Η δυνατότητα αυτή ενισχύεται περισσότερο με την ένταξη της στρατηγικής των Προτροπών από το Ελάχιστο στο Μέγιστο - Least-To-Most Prompting (Zhou et al., 2023), που στοχεύει στην κατάτμηση ενός πολύπλοκου προβλήματος σε απλούστερα υποπροβλήματα και στη διαδοχική επίλυση με την τεχνική MathDivide. Η προτροπή μάλιστα που στοχεύει στην ανάπτυξη μιας απάντησης από σύνθεση μικρότερων απαντήσεων δείχνει να βελτιώνει την απόδοση σε μια σειρά από υπολογιστικές, κοινής λογικής και συμβολικές συλλογιστικές εργασίες όπως τα Μαθηματικά Λεκτικά Προβλήματα - Math Word Problems (Wei et al., 2023). Στην μελέτη των Sahoo et al., 2025 καταγράφονται αναλυτικότερα οι διαφορετικές τεχνικές προτροπών.

Μια ενδιαφέρουσα πρόταση που συστήνεται από την βιβλιογραφία είναι η ανάθεση ρόλων στα ΜΓΜ. Αυτοί οι ρόλοι, σύμφωνα με τη μελέτη (Mollick & Mollick, 2023), διακρίνονται σε ΤΝ-εκπαιδευτικό, ΤΝ-προπονητή, ΤΝ-Μέντορα, ΤΝ-συνεργάτη, ΤΝ-εργαλείο, ΤΝ-εξομοιωτή, ΤΝ-μαθητή. Κάθε ένας από αυτούς τους ρόλους επιτυγχάνεται με την ανάπτυξη περιγραφικής προτροπής σχετικής με τον ρόλο, ενσωματώνοντας ξεχωριστά παιδαγωγικά οφέλη έστω και αν, ενίοτε, εμπεριέχει και σχετικούς κινδύνους. Ενδεικτικά αναφέρουμε την ύπαρξη οφέλους καθώς επιτυγχάνεται η στοχευμένη καθοδήγηση από το εργαλείο ΤΝ, αλλά και κινδύνου καθώς υπάρχει περίπτωση παροχής αβάσιμης

πληροφόρησης - γνώσης. Έρευνες έχουν δείξει ότι προσεγγίσεις, όπως η χρήση των ΜΓΜ ως ψηφιακοί βοηθοί, συμβάλλουν σημαντικά στην ανάπτυξη δεξιοτήτων ανώτερης τάξης, όπως η αιτιολόγηση, η επιχειρηματολογία και η επίλυση σύνθετων προβλημάτων, ειδικά στα Μαθηματικά και τις Επιστήμες (Kong et al., 2023; Kohli, 2024). Συνολικά, η χρήση στοχευμένων προτροπών δύναται να ενισχύσει τόσο τη γνωστική όσο και τη μεταγνωστική εμπλοκή των μαθητών/χρηστών με το περιεχόμενο, αναδεικνύοντας τη σημασία της προσεκτικής σύνθεσης τους στο εκάστοτε παιδαγωγικό ή ερευνητικό πλαίσιο. Βιβλιογραφικά αναφέρονται περιπτώσεις που δείχνουν ότι τα ΜΓΜ αξιοποιούν τις οδηγίες που εμπεριέχονται σε μία προτροπή ανάλογα τη θέση που έχουν αυτές εντός της προτροπής. Η θέση των οδηγιών σε μακροσκελείς προτροπές επηρεάζει τη σχετικότητα και την αποτελεσματικότητα του παραγόμενου περιεχομένου (Liu et al., 2023).

Παιδαγωγικά χαρακτηριστικά Ρεαλιστικών Μαθηματικών Προβλημάτων (ΡΜΠ)

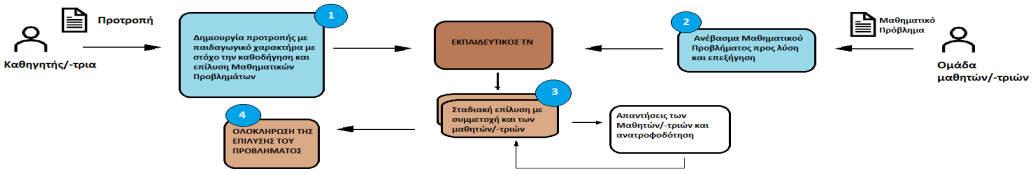
Τα ΡΜΠ χαρακτηρίζονται από την σύνδεσή τους με καταστάσεις της πραγματικής ζωής, γεγονός που ενισχύει τη μεταφορά της μαθηματικής γνώσης σε αυθεντικά περιβάλλοντα. Η αυθεντικότητα του πλαισίου και η σύνδεση με προσωπικά ή κοινωνικά σημαντικά ζητήματα ενισχύει τη γνωστική εμπλοκή των μαθητών, σύμφωνα με τη θεωρία της ενεργούς μάθησης (Hiebert et al., 1996). Τα προβλήματα αυτά απαιτούν όχι απλώς την εφαρμογή αλγοριθμικών διαδικασιών αλλά και την ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης, κριτικής σκέψης και αναστοχασμού, καλλιεργώντας έτσι μεταγνωστικές δεξιότητες (Schoenfeld, 1992). Επιπλέον, συμβάλλουν στην οικοδόμηση του μαθηματικού γραμματισμού, όπως ορίζεται από τον Οργανισμό Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης (ΟΟΣΑ), ο οποίος περιλαμβάνει την ικανότητα ερμηνείας, διατύπωσης και χρήσης μαθηματικών εννοιών για την κατανόηση και αντιμετώπιση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου (OECD, 2019). Σε αυτό το πνεύμα, τα Νέα Προγράμματα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Ελλάδα (ΦΕΚ, 2023) υιοθετούν ρητά τη σημασία των ρεαλιστικών καταστάσεων, δίνοντας έμφαση στην αυθεντική μαθηματικοποίηση της καθημερινότητας και στην καλλιέργεια δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων σε σύνθετα, ρεαλιστικά περιβάλλοντα.

Η έρευνα

Η έρευνα στους μαθητές

Στην έρευνα συμμετείχαν 14 μαθητές και μαθήτριες της Β΄ Γυμνασίου οι οποίοι/-ες προέρχονταν από ένα δημόσιο σχολείο. Η επιλογή τους έγινε με δείγμα ευκολίας (convenience sample) (Etikan et al, 2016), καθώς βασίστηκε στην εθελοντική δήλωση ενδιαφέροντος των παιδιών και την αντίστοιχη γονική συναίνεση, πρακτική συνηθισμένη σε διερευνητικού τύπου ποιοτικές μελέτες. Τα παιδιά χωρίστηκαν σε ομάδες και χρησιμοποίησαν τα ΜΓΜ με σκοπό να επιλύσουν μαθηματικά προβλήματα. Η συλλογή δεδομένων αφορά τις αλληλεπιδράσεις μαθητών/-τριών με το Gemini AI και το εργαλείο ΤΝ MagicSchool, συγκεκριμένα το «student support bot». Αυτές αποθηκεύτηκαν ως αρχεία κειμένου και αναλύθηκαν ποιοτικά με έμφαση στα διδακτικά χαρακτηριστικά που εμπεριέχονταν σε αυτές, στη συνέπεια των ΜΓΜ να υιοθετήσουν συγκεκριμένο εκπαιδευτικό ρόλο που επιλύει, σταδιακά, μαθηματικά προβλήματα με βάση την παρεχόμενη προτροπή (prompt) (Vagelatos et al., 2025) καθώς επίσης και στη διερεύνηση της κατανόησης συγκεκριμένης μορφής προβλημάτων, όπως παρουσίαση δεδομένων του προβλήματος σε πινακοποιημένη μορφή.. Οι καταγεγραμμένες αλληλεπιδράσεις περιλαμβάνουν όλες τις ερωτήσεις, απαντήσεις και την εξέλιξη της συζήτησης μεταξύ παιδιών και εργαλείων ΤΝ.

Οι συναντήσεις οργανώθηκαν από την εκπαιδευτικό στο σχολείο των παιδιών και πραγματοποιήθηκαν στο Εργαστήριο Πληροφορικής. Ο σχεδιασμός και το πλάνο της έρευνας παρουσιάστηκε στην πρώτη συνάντηση. Οι μαθητές/-τριες παρακολούθησαν ένα σύντομο, πληροφοριακό οπτικοακουστικό υλικό σχετικό με τα Μεγάλα Γλωσσικά Μοντέλα, τα Chatbot, και την Τεχνητή Νοημοσύνη και τέλος συζητήθηκε ο στόχος της εργασίας. Στη συνέχεια ακολούθησαν και άλλες συνεδρίες, διάρκειας 1,5 ώρας. Στην πρώτη από αυτές δόθηκε η προτροπή της καθοδήγησης. Η προτροπή είχε δημιουργηθεί ώστε α) να ανατεθεί στα εργαλεία ο ρόλος ενός εκπαιδευτικού με ειδίκευση στα Μαθηματικά, που μπορεί β) να επιλύει βήμα-βήμα Ρεαλιστικά Μαθηματικά Προβλήματα σε μαθητές/τριες Γυμνασίου, γ) ενσωματώνοντας τα Παιδαγωγικά Χαρακτηριστικά της Ενεργούς Μάθησης. Οι ομάδες των μαθητών/-τριών ανέβασαν το πρόβλημα προς επίλυση «Αγορά Ακινήτου» (OECD, 2025) στο εργαλείο ΤΝ και ξεκίνησαν την αλληλεπίδραση. Ενδεικτικό διάγραμμα της αλληλεπίδρασης φαίνεται και στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1. Ενδεικτικό Διάγραμμα Αλληλεπίδρασης Εργαλείου ΤΝ με μαθητές/-τριες με χρήση αρχικής προτροπής παρεχόμενη από τον/την εκπαιδευτικό

Οι αλληλεπιδράσεις των μαθητών/-τριών με τα εργαλεία αποθηκεύτηκαν με τη χρήση κειμενογράφου και αποτελούν τα ποιοτικά δεδομένα της έρευνας (Giannisi, 2025). Η ανάλυση αυτών παρουσιάζει τις δυνατότητες αλλά και τις αδυναμίες των εργαλείων να ανταποκριθούν στον σύνθετο ανατιθέμενο εκπαιδευτικό ρόλο καθώς επίσης αναδεικνύει την ανάγκη για περαιτέρω έρευνα πάνω σε αντίστοιχα θέματα λόγω των αποκλίσεων που φάνηκε να εμφανίζουν .

Ρόλοι στις προτροπές της έρευνας

Η προτροπή που χρησιμοποιήθηκε (Vagelatos et al., 2025), αποδίδει στην ΤΝ έναν σύνθετο ρόλο, με κυρίαρχο τον ρόλο του ΤΝ-εκπαιδευτικού, ενώ περιλαμβάνει επίσης σημαντικά στοιχεία ενός καθοδηγητή και ενός βοηθού-υποστηρικτή. Αν και η εργασία των Mollick & Mollick, 2023 δεν αναφέρει συνδυασμένους ρόλους ρητά, επιτρέπει έμμεσα την δημιουργική προσαρμογή στις ανάγκες της τάξης. Η προτροπή σχεδιάστηκε με βάση τα παραδείγματα που αντλήθηκαν από την προαναφερθείσα μελέτη, εμπλουτισμένη με οδηγίες για καθοδήγηση βήμα-βήμα των μαθητών/-τριών ώστε να επιλύσουν μαζί το παρεχόμενο πρόβλημα «Αγορά Ακινήτου» (OECD, 2025), μέσα από μια διαλογική αλληλεπίδραση, συμβάλλοντας στην ανάπτυξη στρατηγικής σκέψης, ενθαρρύνοντας παράλληλα και τον αναστοχασμό. Εκμεταλλευόμενοι τις δυνατότητες των ΜΓΜ να παράγουν πιο σχετικό περιεχόμενο σε αυτό που ρωτιούνται, σε σύγκριση με παλιότερες τεχνολογίες (Chi et al., 2001), εστιάσαμε στην ανάπτυξη μιας διαδραστικής μορφής αλληλεπίδρασης μεταξύ εργαλείων ΤΝ και μαθητών/τριών που στόχευσε στην αξιοποίηση των παιδαγωγικών οφελών αντίστοιχων με αυτών που απορρέουν όταν ένας πραγματικός διδάσκοντας παρεμβαίνει καθοδηγητικά.

Αποτελέσματα

Στην παρούσα εργασία, εξετάστηκε ο τρόπος που τα σύγχρονα ΜΓΜ έχουν την ικανότητα όχι μόνο να παρέχουν τη λύση στο πρόβλημα που τους ανατίθεται, αλλά και να αποδομούν ένα σύνθετο πρόβλημα σε απλούστερα ενισχύοντας ποικιλοτρόπως τη μάθηση καθώς και τα εκπαιδευτικά οφέλη που προκύπτουν από την ενασχόληση με αυτά.

Αρχικά, τα ΜΓΜ φαίνεται ότι υιοθετούν το ύφος στην διατύπωση των ΡΜΠ και εναρμονίζονται με τη δομή και το λεξιλόγιο τους, διευκολύνοντας τη μαθησιακή εμπλοκή και την καλύτερη κατανόηση (Giannisi & Konstantakos, 2025, p. 1-2). Επιπρόσθετα, φάνηκε ότι τα ΜΓΜ μπορούν να εντοπίζουν βασικές έννοιες που είναι κρίσιμες για την επίλυση και να επισημαίνουν με διάφορα παραδείγματα, υπογραμμίζοντας τη σημασία τους και προωθώντας την ανάπτυξη της μαθηματικής και, στη συγκεκριμένη εργασία, της αναλογικής σκέψης (Giannisi & Konstantakos, 2025, p. 2-3). Επιπλέον, στα σύγχρονα ΜΓΜ, η αποτελεσματική υιοθέτηση του ρόλου για τμηματική επίλυση με εφαρμογή διαδοχικών καθοδηγητικών ερωτήσεων φαίνεται να ενισχύει την εννοιολογική κατανόηση (Giannisi & Konstantakos, 2025, p. 3-4). Τέλος, διαπιστώθηκε ότι η τμηματική επίλυση των ΜΓΜ συνέβαλε στο να εντοπίσουν οι μαθητές/-τριες παρανοήσεις των ΜΓΜ και να επέμβουν διορθωτικά (Giannisi & Konstantakos, 2025, p. 4-5).

Ως προς την συμβολή των ψηφιακών βοηθών στην ανάλυση ΡΜΠ παρατηρήθηκε ότι όλα εντόπισαν το πρόβλημα στη μορφή και στη γλώσσα που τους δόθηκε, με μικρές διαφοροποιήσεις, και το παρουσίασαν τμηματικά, τονίζοντας ταυτόχρονα τις πιο σημαντικές έννοιες για την επίλυση και παρέχοντας απαντήσεις, όταν αυτά ρωτήθηκαν από τους/τις μαθητές/-τριες (Giannisi & Konstantakos, 2025, p. 5-6). Συγκεκριμένα, χρησιμοποίησαν απλή και σχετική γλώσσα, καθώς και σχετικούς μαθηματικούς όρους με αυτούς των προβλημάτων, στην επεξήγηση. Το Gemini AI με απλά δομημένο και επεξηγηματικό λόγο αποτύπωσε τα σημαντικά δεδομένα του προβλήματος, ενώ ενθάρρυνε τους/τις μαθητές/-τριες να σκεφτούν τη λύση παρουσιάζοντας με απλό τρόπο και βήμα – βήμα την απάντηση. Όμοια ενήργησε και το MagicSchool, ακολουθώντας την επεξήγηση με ορολογία αντίστοιχη με αυτήν των προβλημάτων, ενώ λειτούργησε ενθαρρυντικά ως προς τα παιδιά ώστε να τα προκαλέσει να σκεφτούν την απάντηση πριν δώσει το ίδιο τη λύση και την αιτιολόγηση. Ωστόσο, να σημειωθεί ότι το Gemini AI, παρόλο που χρησιμοποίησε την ελληνική γλώσσα με επιτυχία, φάνηκε να μην κατανοεί τη λέξη «προτελευταία» που χρησιμοποιήθηκε από τα παιδιά για να εκφράσουν μια απορία τους. Το αποτέλεσμα ήταν οι μαθητές/-τριες να ορίσουν τη λέξη ως «η πριν την τελευταία» και να πάρουν τη σωστή απάντηση από το εργαλείο ΤΝ. Επιπρόσθετα, ανταποκρίθηκε με εσφαλμένη διαπίστωση για ένα υποερώτημα του προβλήματος και, μόνο ύστερα από παρατήρηση της μαθητικής ομάδας, προέβη στην διόρθωσή της.

Ως προς την συμβολή των ΜΓΜ στην προώθηση και την ανάπτυξη της μαθηματικής αναλογικής σκέψης, και τα δύο εργαλεία φάνηκαν να τονίζουν τη σημασία της αναλογίας σαν ιδέα και σαν στρατηγική επίλυσης, με μια μικρή διαφοροποίηση (Giannisi & Konstantakos, 2025, p. 6-7). Το Gemini αρχικά παρέβλεψε την έννοια της αναλογίας, ωστόσο κατά την διάρκεια της αιτιολόγησης της απάντησής του την πρόβαλε ρητά ως κεντρικό άξονα της επίλυσης. Από τη άλλη πλευρά, το MagicSchool ανέδειξε τη σημασία της αναλογίας στην επίλυση μέσω παραδειγμάτων ή μέσω ερωτήσεων που έθεσε σχετικά με την αναλογία στους/στις μαθητές/-τριες.

Τα ΜΓΜ φαίνεται να εκπληρώνουν τον εκπαιδευτικό ρόλο που τους ανατέθηκε, επιλύοντας το πρόβλημα σε βήματα, προωθώντας ταυτόχρονα την καλύτερη ερμηνεία των χρησιμοποιούμενων όρων και την εννοιολογική κατανόηση αυτών (Giannisi & Konstantakos, 2025, p. 8-9). Ειδικότερα, το Gemini, πέτυχε να επιλύσει την άσκηση τμηματικά και να εντοπίσει τις βασικές έννοιες μέσα από επαναδιατυπώσεις της εκφώνησης και παραδείγματα. Ωστόσο, ενώ επιτύγχανε την διαίρεση του εκάστοτε ερωτήματος σε

υποπροβλήματα, φάνηκε να μην ζητάει με επαρκή συχνότητα την ανάδραση από τους/τις μαθητές/-τριες. Πιθανόν να συνέβαλε σε αυτό η ενδιάμεση παρότρυνση από τους/τις μαθητές/τριών για παρουσίαση ολόκληρης της λύσης. Από την άλλη πλευρά, το MagicSchool, αρχικά, συστήθηκε ως έμπειρος εκπαιδευτικός, διατύπωσε σταδιακά καθοδηγητικές ερωτήσεις ώστε να δομήσει την κατανόηση, ενώ ταυτόχρονα εστίασε σε κρίσιμες πληροφορίες, συμπληρωματικές με τις βασικές έννοιες που αναφέρθηκαν προηγουμένως όπως αυτής της αναλογίας. Στη συνέχεια, πέτυχε να αναλύσει το εκάστοτε υποερώτημα και να παρουσιάσει τους απαραίτητους υπολογισμούς χωρίς όμως να τους απαριθμήσει ρητά.Τέλος, και τα δύο εργαλεία ανέδειξαν μέσω της αιτιολόγησης και παραδειγμάτων τις έννοιες κλειδιά και τα κρίσιμα δεδομένα.

Επιπρόσθετα τα ΜΓΜ φαίνεται να συνεισφέρουν στην ενίσχυση της κριτικής σκέψης και της αυτοαξιολόγησης με την χρήση ανατροφοδότησης όπως επίσης με τον ενθαρρυντικό και υποστηρικτικό τους λόγο ή τα ενισχυτικά μηνύματα επιβράβευσης προκαλώντας τους/τις μαθητές/-τριες να συμμετέχουν ενεργά στην εκπαιδευτική διαδικασία. (Giannisi & Konstantakos, 2025, p. 9-11). Συγκεκριμένα, το MagicSchool προέτρυνε τα παιδιά να σκεφτούν τη λύση πριν τους δοθεί η απάντηση σε κάθε υποερώτημα του προβλήματος, ώστε να μπορούν να αξιολογήσουν καλύτερα την ορθότητα της, ενώ επιβεβαίωνε την ορθότητα της απάντησης, ενισχύοντας την γνωστική εμπλοκή των μαθητών/-τριών. Ενώ, το Gemini AI, αν και λειτούργησε υποστηρικτικά στις απορίες των μαθητών/-τριών, ακολούθησε μια ηπιότερη μεταγνωστική εμπλοκή. Με εξαίρεση την αρχική ενθάρρυνση να σκεφτούν την απάντηση του πρώτου ερωτήματος πριν τη λύση, στη συνέχεια έθετε πιο γενικές ερωτήσεις αναστοχαστικού τύπου όπως «Είστε έτοιμοι να προχωρήσουμε στην …», πιθανόν και λόγω της ανατροφοδότησης από τους/τις μαθητές/-τριες να δώσει αμέσως τη λύση στο ερώτημα. Στη συγκεκριμένη αλληλεπίδραση της ομάδας των παιδιών με αυτό το εργαλείο παρατηρήθηκε και κριτική επαγρύπνηση των μαθητών/-τριών. Η βήμα-βήμα επεξήγηση, όπως περιεγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο, επέτρεψε στα παιδιά να εντοπίσουν το σφάλμα του ΜΓΜ σε μια απάντησή του, ενεργοποιώντας την κριτική τους σκέψη, ενώ ανέδειξε και την αναγκαιότητα αποφυγής άκριτης αποδοχής.

Συμπεράσματα - Συζήτηση

Η αποτελεσματικότητα της αρχικής προτροπής ως προς την απόδοση ενός εκπαιδευτικού ρόλου στα εργαλεία ΤΝ όπως επίσης και της τμηματικής επίλυσης των ΡΜΠ κρίνεται θετική. Τα ΜΓΜ φαίνεται να ενισχύουν την κατανόησή τους από τους μαθητές/-τριες, προτρέποντας τους/τες να συλλογιστούν τη σωστή απάντηση, να επαναξιολογήσουν τα λάθη τους και να λάβουν ανάδραση σε κάθε βήμα της εκπαιδευτικής διαδικασίας ενώ παράλληλα εμβαθύνουν σε έννοιες σημαντικές στη μαθηματική σκέψη. Επιπρόσθετα, αποτυπώνεται η ικανότητά τους ως προς τη μεθοδική καθοδήγηση, αν και φαίνεται να διαφοροποιούνται ελαφρώς από εργαλείο σε εργαλείο.

Ωστόσο, παρατηρήθηκαν και κάποιοι περιορισμοί (Giannisi & Konstantakos, 2025, p. 11-12). Διαπιστώθηκε ότι η συνέπεια των εργαλείων ΤΝ να ακολουθούν τις προτροπές δημιουργεί άλλες ασυνέπειες όπως αυτήν της απομάκρυνσης από την υιοθέτηση του αρχικού ρόλου και της αρχικής προτροπής. Αυτό συνέβη, για παράδειγμα, όταν ζητήθηκε στα εργαλεία να προβούν σε συνολική και όχι τμηματική λύση του ερωτήματος. Ένας ακόμη περιορισμός που παρατηρήθηκε ήταν η λανθασμένη απόκριση του μοντέλου σε ερώτημα του προβλήματος εξαιτίας ελλιπούς κατανόησης. Συγκεκριμένα, ένα από τα μοντέλα ενώ φάνηκε να κατανοεί την έννοια του ποσοστού και της αναλογίας, όταν του τέθηκε ερώτημα με ελλιπή δεδομένα, αυτό δημιούργησε αυθαίρετα δική του προϋπόθεση για να την χρησιμοποιήσει ως παραδοχή και να ολοκληρώσει τον υπολογισμό του. Το αποτέλεσμα ήταν να προχωρήσει σε αβάσιμους υπολογισμούς που οδήγησαν το μοντέλο σε λάθος

συμπέρασμα. Τέλος, φάνηκε να μην κατανοούν πάντα το ελληνικό λεξιλόγιο για παράδειγμα τη λέξη «προτελευταία» και μόνο με συγκεκριμένη δήλωση από τα παιδιά «πριν την τελευταία» έγινε κατανοητή.

Συνεπώς, φαίνεται χρήσιμο, οι μελλοντικές έρευνες να εστιάσουν στην αναζήτηση βελτιώσεων της αποτελεσματικότητας στην κατανόηση των ΡΜΠ και στο μετριασμό των περιορισμών. Με σκοπό την αξιολόγηση της μακροπρόθεσμης επίδρασης των ΜΓΜ στη βελτίωση των μαθηματικών δεξιοτήτων. Θα ήταν χρήσιμο, για παράδειγμα, να διερευνηθεί ο τρόπος που θα έκανε τα ΜΓΜ λιγότερο ευμετάβλητα σε ενδιάμεσες προτροπές χωρίς όμως να μειώνεται η ακρίβεια τους.

Λόγω των προαναφερθέντων περιορισμών, αλλά και ανάλογων που έχουν κατατεθεί από άλλες μελέτες, η ενσωμάτωση των ΜΓΜ στα υπάρχοντα εθνικά εκπαιδευτικά προγράμματα και στις διδακτικές πρακτικές απαιτεί προσεκτικό σχεδιασμό και καθοδήγηση από τους εκπαιδευτικούς. Ενδεικτικά παραθέτουμε κάποιες προτάσεις. Καταρχάς, πριν τη χρήση του chatbot, ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να ζητήσει από τα παιδιά να διατυπώσουν αυτά τη λύση και μετά να απευθυνθούν στο εργαλείο ΤΝ. Παράλληλα, ο/η εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιεί τα chatbot συνοδευτικά με άλλες πηγές διδασκαλίας και οι απαντήσεις τους να αξιολογούνται και να ελέγχονται ως προς την ορθότητα, γνωρίζοντας ότι αυτά τα εργαλεία ενίοτε λανθάνουν. Επιπρόσθετα, παρατηρώντας τις δυνατότητες αλλά και τους περιορισμούς τους, μπορεί να προβάλει παραδείγματα σφαλμάτων στους/στις μαθητές/-τριες, ώστε να ενισχύσει την κριτική σκέψη των παιδιών ως προς αυτά και τους/τις βοηθήσει να αναπτύξουν τη δυνατότητα να ανακαλύπτουν και μόνα τους τις αποκλίσεις, δείχνοντας ταυτόχρονα ότι η μάθηση προκύπτει και από τα λάθη. Ακόμη, είναι σημαντικό να αναζητήσει-σχεδιάσει την κατάλληλη προτροπή που θα ενισχύσει την ενεργό συμμετοχή και τον εκπαιδευτικό ρόλο του εργαλείου ΤΝ. Τέλος, Με τις διαρκώς εξελισσόμενες δυνατότητες των ΜΓΜ στην τμηματική επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, διαφαίνεται η προοπτική αξιοποίησής τους τόσο για την υποστήριξη μαθητών/-τριών που αντιμετωπίζουν δυσκολίες όσο και για την παροχή δημιουργικών προκλήσεων σε εκείνους/-ες που αναζητούν εμπλουτισμένες μαθησιακές εμπειρίες.

Η παρούσα εργασία εκπονήθηκε στο πλαίσιο της δράσης «Κέντρα Καινοτομίας σε 13 ΠΔΕ» που είναι ενταγμένη στο Ταμείο Ανάκαμψης και Ανθεκτικότητας και συγχρηματοδοτείται από την Ε.Ε.

Αναφορές

Brown, T., Mann, B., Ryder, N., Subbiah, M., Kaplan, J. D., Dhariwal, P., ... & Amodei, D. (2020). Language models are few-shot learners. *Advances in neural information processing systems*, *33*, 1877-1901.

Biderman, S., Schoelkopf, H., Anthony, Q. G., Bradley, H., O'Brien, K., Hallahan, E., ... & Van Der Wal, O. (2023, July). Pythia: A suite for analyzing large language models across training and scaling. In *International Conference on Machine Learning* (pp. 2397-2430). PMLR.

Chi, M. T., Siler, S. A., Jeong, H., Yamauchi, T., & Hausmann, R. G. (2001). Learning from human tutoring. *Cognitive science*, *25*(4), 471-533.

Giannisi, M. (2025). *Gemini-Dialogues*. Zenodo. Retrieved June 30, 2025, from https://doi.org/10.5281/zenodo.15773848

Giannisi, M. & Konstantakos, D. (2025). *Chatbot_Dialogues*. Zenodo. Retrieved August 29, 2025, from https://doi.org/10.5281/zenodo.16992093

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., ... & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational researcher*, *25*(4), 12-21.

Hoffmann, J., Borgeaud, S., Mensch, A., Buchatskaya, E., Cai, T., Rutherford, E., ... & Sifre, L. (2022). Training compute-optimal large language models. *arXiv preprint arXiv:2203.15556*.

Kohli, M. (2024). *Expert-Crafted Role-Based Prompts to Enhance AI Engagement*. Retrieved June 30, 2025, from https://www.megrisoft.com/blog/artificial-intelligence/role-based-prompts

Kong, A., Zhao, S., Chen, H., Li, Q., Qin, Y., Sun, R., ... & Dong, X. (2023). Better zero-shot reasoning with role-play prompting. *arXiv preprint arXiv:2308.07702*.

Liu, N. F., Lin, K., Hewitt, J., Paranjape, A., Bevilacqua, M., Petroni, F., & Liang, P. (2023). Lost in the middle: How language models use long contexts. *arXiv preprint arXiv:2307.03172*.

MagicSchool. (2024). *Announcing MagicSchool's $15m Series A Raise* Retrieved June 30, 2025, from https://www.magicschool.ai/blog-posts/announcing-magicschools-15m-series-a-raise

Mollick, E., & Mollick, L. (2023). Assigning AI: Seven approaches for students, with prompts. *arXiv preprint arXiv:2306.10052*.

Etikan, I., Musa, S. A., & Alkassim, R. S. (2016). Comparison of convenience sampling and purposive sampling. *American journal of theoretical and applied statistics*, 5(1), 1-4.

OECD. (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science and Financial Literacy.* Retrieved June 30, 2025, from OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en

OECD. (2025). *Αγορά Ακινήτου*. Zenodo. Retrieved June 30, 2025, from https://doi.org/10.5281/zenodo.15756777

Radford, A. (2018). Improving language understanding with unsupervised learning. *OpenAI Res*.

Sahoo, P., Singh, A. K., Saha, S., Jain, V., Mondal, S., & Chadha, A. (2024). A systematic survey of prompt engineering in large language models: Techniques and applications. *arXiv preprint arXiv:2402.07927*.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of education*, *196*(2), 1-38.

Smyrnaiou, Z., Kostikas, I., Fountana, M., Zagouras, G., Konstantakos, D., Vagelatos, A. (2024). Βασικές Επιλογές στο Σχεδιασμό των Κέντρων Καινοτομίας στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση. [Preprint]. *ResearchGate*. Retrieved June 30, 2025, from https://www.researchgate.net/publication/389582268_Basikes_Epiloges_sto_Schediasmo_ton_Kentron_Kainotomias_sten_Protobathmia_kai_Deuterobathmia_Ekpaideuse

Vagelatos, A., Giannisi, M., Konstantakos, D. (2025). *Προτροπή-LLM*. Zenodo. Retrieved June 30, 2025, from https://doi.org/10.5281/zenodo.15756662

Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., & Kaiser, L. (2017). & Polosukhin. *I.,"Attention is all you need," In Advances in neural information processing systems*, 5998-6008.

Wei, J., Wang, X., Schuurmans, D., Bosma, M., Xia, F., Chi, E., ... & Zhou, D. (2022). Chain-of-thought prompting elicits reasoning in large language models. *Advances in neural information processing systems*, *35*, 24824-24837.

Wei, T., Luan, J., Liu, W., Dong, S., & Wang, B. (2023). Cmath: Can your language model pass chinese elementary school math test?. *arXiv preprint arXiv:2306.16636*.

White, J., Hays, S., Fu, Q., Spencer-Smith, J., & Schmidt, D. C. (2024). Chatgpt prompt patterns for improving code quality, refactoring, requirements elicitation, and software design. In *Generative AI for Effective Software Development* (pp. 71-108). Cham: Springer Nature Switzerland.

Zhou, D., Schärli, N., Hou, L., Wei, J., Scales, N., Wang, X., ... & Chi, E. (2022). Least-to-most prompting enables complex reasoning in large language models. *arXiv preprint arXiv:2205.10625*.

ΦΕΚ. (2023). *Προγράμματα Σπουδών* https://search.et.gr/el/fek/?fekId=576595 (προσπελάστηκε στις 29/8/2025)